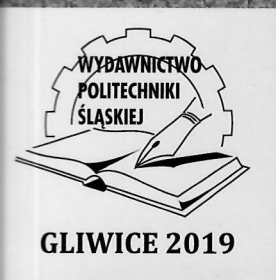
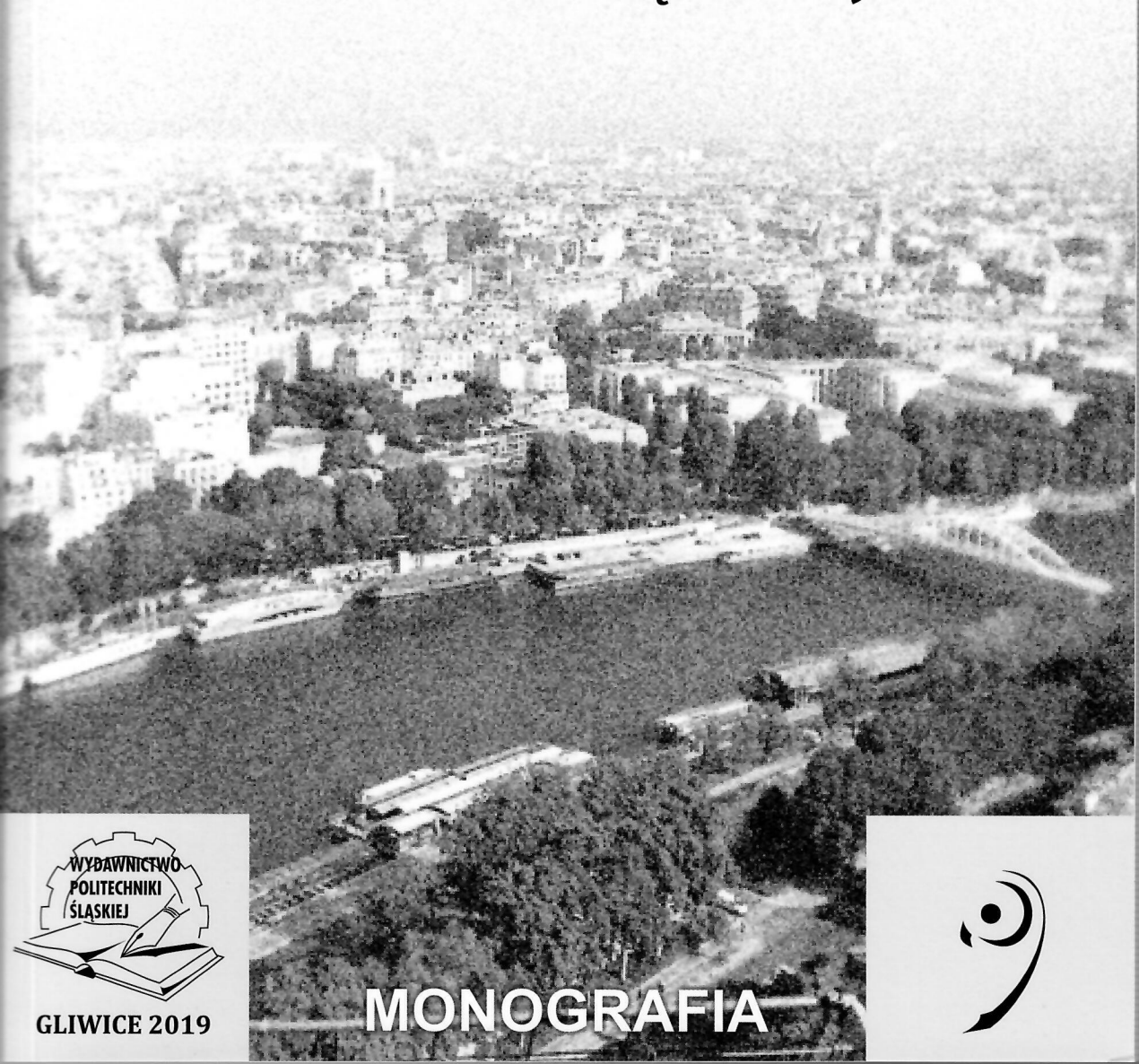


Praca zbiorowa pod redakcją
Karoliny KNAPIK-JAJKIEWICZ
i Krzysztofa GROMYSZA

UJĘCIE AKTUALNYCH PROBLEMÓW INŻYNIERII LĄDOWEJ



MONOGRAFIA



JOKIEL R. – Przegląd badań murów wzmocnionych powierzchniowo systemami FRCM.....	183
KIJANKA M. – Tłumienie drgań w podłożu gruntowym poprzez zastosowanie dodatku odpadów gumowych – przegląd literatury	193
MENDRELA M. – Analiza procesu usuwania wychyleń budynku jednorodzinego..	203
PARKHATS V. – Analiza zależności „naprężenie przyczepności – poślizg” dla cięgien sprężających w strunobetonie	211
PITAS M. – Numeryczna analiza wpływu zastosowania żelbetowych rdzeni na mechanizm zniszczenia ściany poddanej wpływom dynamicznym w warunkach eksploatacji górniczej.....	219
RYBARCZYK T. – Wpływ skrępowania na wytrzymałość na ściskanie murów wykonanych z autoklawizowanego betonu komórkowego.....	229
SMOLANA M. – Sztywność podłużna stosu stalowych elementów wchodzących w skład podpór tymczasowych	239
SZCZECH D. – Badania przyczepności prętów szklanych i stalowych do betonu	249
WALCZAK R. – Ścinanie belek sprężonych z niskim stopniem zbrojenia poprzecznego.....	259
WRÓBLEWSKA J. – Wykorzystanie diagnostycznych badań betonu do oceny jego jakości w konstrukcjach po pożarze	267
ŻMIJ A. – Uwzględnianie wpływu temperatury gruntu w procesie modelowania betonowej płyty fundamentowej.....	275

TEORIA KONSTRUKCJI I MECHANIKA BUDOWLI

CZABAK M. – Wyznaczanie parametrów określających sztywność belek drewniano-betonowych w zakresie sprężystym	285
DUDZIAK S. – Numeryczna implementacja modelu konstytutywnego betonu	293
FREIHERROVA N. – Analiza naprężeń w strukturze membranowej o kształcie paraboloidy hiperbolicznej.....	301
HORNÁKOVÁ M. – Ocena precyzyjności analitycznego modelu dyfuzji chlorku na prawdopodobieństwo korozji w oprogramowaniu ProbCalc	309
PIĄTEK M. – Naprężeniowe ujęcie metody elementów skończonych w zagadnieniu optymalizacji topologicznej	317
RECHA F. – Weryfikacja doświadczalna numerycznego modelu pęknięcia betonu wywołanego przyspieszoną korozją zbrojenia.....	325
SIWEK M. – Modelowanie numeryczne i oddziaływanie wiatru na konstrukcję stalową złożoną z hiperboloidy i torusa	337

WYZNACZANIE PARAMETRÓW OKREŚLAJĄCYCH SZTYWNOŚĆ BELEK DREWNIANO-BETONOWYCH W ZAKRESIE SPRĘŻYSTYM

1. Wprowadzenie

W 2018 r., w artykule autora [1], został przedstawiony model matematyczny zespolonej belki drewniano-betonowej w ujęciu liniowej lepko-sprężystości. We wspomnianej publikacji przeprowadzono teoretyczne rozważania dotyczące możliwości opisu procesów reologicznych w dwuwarstwowych układach belkowych. Celem prowadzonej obecnie przez autora pracy naukowej jest sformułowanie współczynnikowego zadania odwrotnego, dzięki któremu wyznaczone zostaną niezbędne parametry występujące w modelu matematycznym uwzględniającym reologię zagadnienia (np. por. [2]). Aby przystąpić do analiz w zakresie lepko-sprężystym, należy w pierwszej kolejności wyznaczyć występujące tam również parametry sprężyste, opisujące odkształcalność natychmiastową. Stąd też w prezentowanym artykule opisany zostanie ten etap badań, tj. model matematyczny i procedura pozwalająca na wyznaczenie podstawowych parametrów sprężystych warstw oraz złącza dwuwarstwowych belek drewniano-betonowych.

2. Model matematyczny

Analizując wycinek belki dwuwarstwowej jak na rys. 1, gdzie uwzględniony został zarówno poślizg, jak i przemieszczenie w kierunku pionowym warstw względem siebie, można rozpisać równania równowagi elementu w następującej formie:

$$\frac{\partial N_{(1)}}{\partial x} = \tau, \quad \frac{\partial N_{(2)}}{\partial x} = -\tau, \quad \frac{\partial V_{(1)}}{\partial x} = -q_z, \quad \frac{\partial V_{(2)}}{\partial x} = q_z - q, \quad (1)$$

$$\frac{\partial M_{(1)}}{\partial x} = V_{(1)} - \tau \frac{h_{(1)}}{2}, \quad \frac{\partial M_{(2)}}{\partial x} = V_{(2)} - \tau \frac{h_{(2)}}{2}, \quad (2)$$

* Promotor: dr hab. inż. Zbigniew PERKOWSKI, prof. Politechniki Opolskiej

gdzie:

$N_{(i)}, V_{(i)}, M_{(i)}$ – przekrojowe siły wewnętrzne, odpowiednio siła osiowa, tnąca i moment zginający w i -tej warstwie ($i=1,2$),

q – obciążenie belki,

τ – obciążenie ścinające złącze,

q_z – obciążenie pionowe w złączu (rys. 1).

Z kolei równania fizyczne zagadnienia opisane będą relacjami:

$$\sigma_{(i)} = E_{(i)} \varepsilon_{(i)}, \quad (3)$$

$$\tau = -K_H S_H, \quad (4)$$

$$q_z = -K_V S_V, \quad (5)$$

gdzie:

$E_{(i)}$ – moduł Younga i -tej warstwy,

$\sigma_{(i)}, \varepsilon_{(i)}$ – naprężenie normalne w przekroju i odkształcenie liniowe wzdłuż osi i -tej warstwy,

K_H, K_V – sztywność styku na działanie obciążeń ścinających i rozrywających (rys. 2),

S_H, S_V – poślizg międzywarstwowy i przemieszczenie względem siebie osi warstw w kierunku pionowym (rys. 2).

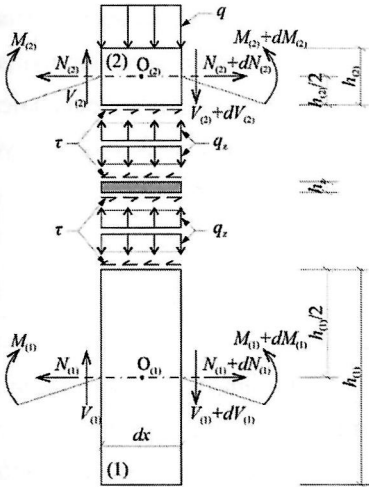
Od strony geometrycznej zagadnienia (w przypadku uwzględnienia skończonych sztywności styku K_H i K_V przemieszczenia układu opisują 4 funkcje: $u_{(1)}$ i $u_{(2)}$ – przemieszczenia poziome osi warstw oraz $w_{(1)}$ i $w_{(2)}$ – ugięcia osi warstw (rys. 2). Wynika stąd, że przemieszczenia względne S_H i S_V mogą zostać opisane odpowiednio przez zależności:

$$S_H = - \left(u_{(1)} - u_{(2)} - \frac{\partial w_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(1)} + h_z}{2} - \frac{\partial w_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(2)} + h_z}{2} \right) \quad (6)$$

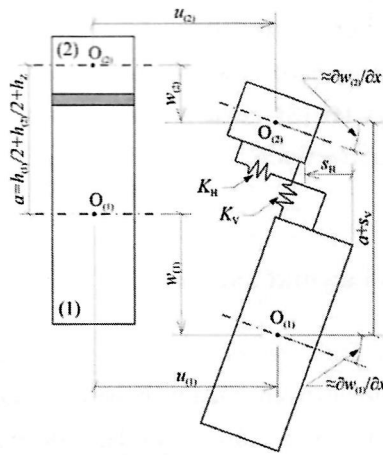
$$S_V = w_{(2)} - w_{(1)}. \quad (7)$$

Pozostałe, typowe założenia co do strony geometrycznej zagadnienia będą prowadzić do równań:

$$\varepsilon_{(i)} = - \frac{\partial^2 w_{(i)}}{\partial x^2} z_{(i)} + \frac{\partial u_{(i)}}{\partial x}. \quad (8)$$



Rys. 1. Wycinek różniczkowy belki dwuwarstwowej z siłami wewnętrznymi
Fig. 1. Differential element of a double layer beam with internal forces



Rys. 2. Przesunięcia występujące w wyniku poślizgu i rozrywania warstw belki zespolonej
Fig. 2. Displacement occurring as a result of the layers' slip and uplift in the composite beam

Wykorzystując zależności (1-8) można ostatecznie sformułować układ czterech równań różniczkowych względem funkcji $u_{(1)}$, $u_{(2)}$, $w_{(1)}$ i $w_{(2)}$, tj.:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{(1)}I_{(1)} \frac{\partial^4 w_{(1)}}{\partial x^4} - K_H \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2} \frac{h_{(1)}+h_z}{2} \frac{h_{(2)}}{2} + K_V w_{(1)} - K_H \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2} \frac{h_{(2)}+h_z}{2} \frac{h_{(1)}}{2} - \\ - K_V w_{(2)} + K_H \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(1)}}{2} - K_H \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(1)}}{2} = 0 \\ -K_H \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2} \frac{h_{(1)}+h_z}{2} \frac{h_{(2)}}{2} - K_V w_{(1)} + E_{(2)}I_{(2)} \frac{\partial^4 w_{(2)}}{\partial x^4} - K_H \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2} \frac{h_{(2)}+h_z}{2} \frac{h_{(1)}}{2} + \\ + K_V w_{(2)} + K_H \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(2)}}{2} - K_H \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(2)}}{2} = -q \\ K_H \frac{\partial w_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(1)}+h_z}{2} + K_H \frac{\partial w_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(2)}+h_z}{2} + E_{(1)}A_{(1)} \frac{\partial^2 u_{(1)}}{\partial x^2} - K_H u_{(1)} + K_H u_{(2)} = 0 \\ -K_H \frac{\partial w_{(1)}}{\partial x} \frac{h_{(1)}+h_z}{2} - K_H \frac{\partial w_{(2)}}{\partial x} \frac{h_{(2)}+h_z}{2} + K_H u_{(1)} + E_{(2)}A_{(2)} \frac{\partial^2 u_{(2)}}{\partial x^2} - K_H u_{(2)} = 0 \end{array} \right. , \quad (9)$$

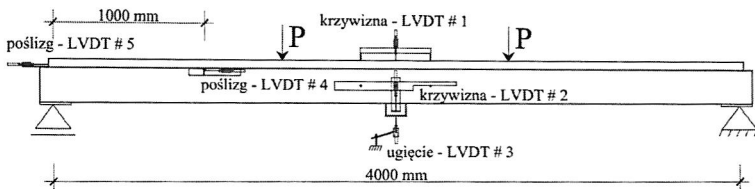
gdzie $I_{(i)}$, $A_{(i)}$ – odpowiednio moment bezwładności i pole przekroju i-tej warstwy. W przypadku belki swobodnie podpartej o długości l warunki brzegowe w opisywanym zagadnieniu będą następujące:

$$\begin{aligned} w_{(1)}(x=0) = w_{(1)}(x=l) = 0, \quad V_{(2)}(x=0) = V_{(2)}(x=l) = 0, \\ \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x}(x=0) = \frac{\partial u_{(1)}}{\partial x}(x=l) = \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x}(x=0) = \frac{\partial u_{(2)}}{\partial x}(x=l) = 0, \\ \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2}(x=0) = \frac{\partial^2 w_{(1)}}{\partial x^2}(x=l) = \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2}(x=0) = \frac{\partial^2 w_{(2)}}{\partial x^2}(x=l) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Przedstawiony układ równań (9) można rozwiązać wykorzystując metodę elementów skończonych (MES) lub, jak to miało miejsce w przypadku przedstawianych dalej obliczeń, metodę różnic skończonych (MRS). Podobne rozważania można znaleźć w pracach [7] czy też [8], gdzie ich autorzy również przedstawiają modele belkowych układów dwuwarstwowych.

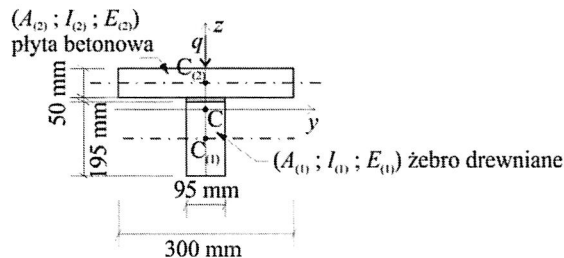
3. Stanowisko i wyniki badań

Z uwagi na fakt, że ostateczne wyniki badań mają umożliwić wyznaczenie parametrów reologicznych badanych belek, widoczne na rys. 3 siły P przykładano z wykorzystaniem zbiorników z wodą, osadzonych swobodnie na belkach, które zapewniają stałe w czasie obciążenie elementu. Wartość sumaryczna tych sił wynosiła 10 kN, co stanowi około 10% nośności doraźnej badanych belek. Przy czym na potrzeby niniejszej pracy rozpatrywano jedynie wyniki otrzymane zaraz po napełnieniu zbiorników. Prowadzono równocześnie badania na czterech belkach swobodnie podpartych o identycznych rozmiarach.



Rys. 3. Schemat stanowiska badawczego

Fig. 3. Scheme of the test stand



Rys. 4. Przekrój poprzeczny badanych belek

Fig. 4. Cross-section of the tested beams

Przekrój badanych belek przedstawiono na rys. 4, a połączenie warstw zrealizowano przy wykorzystaniu wkrętów do drewna SK 8,0×100/60/10. Zmierzono ugięcie $w_{(1),(pomiar)}$ w środku rozpiętości belek, poślizgi międzywarstwowe $S_{H,(pomiar)}$ nad podporą

i w 1/4 rozpiętości oraz pośrodku krzywizny osi warstw $\kappa_{(1),\text{pomiar}}$ w środku rozpiętości. Otrzymane wyniki z końca etapu obciążania belek zestawiono w tab. 1.

Tabela 1

Zestawienie pomierzonych wielkości w chwili po zakończeniu obciążania belek

Nr belki	$w_{(1),(\text{pomiar})}$ ($x = 2 \text{ m}$) [mm]	$S_{H,(\text{pomiar})}$ ($x = 1 \text{ m}$) [mm]	$S_{H,(\text{pomiar})}$ ($x = 0$) [mm]	$\kappa_{(1),(\text{pomiar})}$ ($x = 2 \text{ m}$) $\times 10^{-6}[\text{mm}^{-1}]$	$\kappa_{(2),(\text{pomiar})}$ ($x = 2 \text{ m}$) $\times 10^{-6}[\text{mm}^{-1}]$
1	7,89	0,28	0,36	4,04	3,50
2	8,34	0,29	0,37	4,45	3,95
3	10,08	0,43	0,56	5,04	4,90
4	8,10	0,29	0,35	4,28	2,98

W ramach pomiarów oszacowano także moduł sprężystości betonu (płyty nad zębem drewnianym) za pomocą badań ultradźwiękowych, gdzie dynamiczny moduł sprężystości można wyznaczyć z zależności (np. [3]):

$$E_d = \rho_c c_p^2 \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu}, \quad (11)$$

gdzie:

ρ_c – gęstość betonu,

c_p – prędkość podłużnej fali ultradźwiękowej,

ν – współczynnik Poissona (przyjęto wartość 0,2).

Natomiast wartość dynamicznego modułu sprężystości można sprowadzić do statycznego z wykorzystaniem równania [4]:

$$E_{(2)} = 0,83 E_d \quad (12)$$

Tabela 2

Zestawienie pomierzonych średnich prędkości podłużnych fal ultradźwiękowych i odpowiadających im dynamicznym i statycznym modułom Younga betonu

Nr belki	c_p [m/s]	E_d [GPa]	$E_{(2)}$ [GPa]
1	4167	35,71	29,64
2	3960	32,25	26,77
3	3946	32,02	26,58
4	3940	31,92	26,49

4. Wyznaczanie parametrów modelu

Wyznaczanie parametrów materiałowych modelu, tj. $E_{(1)}$, $K_{(H)}$ i K_V na podstawie przeprowadzonych pomiarów, zdecydowano się przeprowadzić w dwóch etapach dzięki

minimalizacji zaproponowanych funkcji celu. W pierwszym etapie wyznaczono moduł Younga żebra drewnianego $E_{(1)}$ i sztywność styku na ścianie K_H , natomiast w drugim sztywność złącza w kierunku pionowym K_V . Podejście to związane jest z wykonaną wstępnie analizą wrażliwości modelu, która wykazała, że w przypadku typowego zestawu wartości $E_{(1)}$, $E_{(2)}$, K_H i K_V zmienność sztywności K_V ma znikomy wpływ na zmiany funkcji $w_{(1)}$ i S_H . Dlatego funkcję celu w pierwszym etapie przyjęto w formie:

$$F(p_1, p_2) = \left(\frac{w_{(1),(pomiar)} - w_{(1)}(x=2 m, p_1, p_2)}{w_{(1),(pomiar)}} \right)^2 + \left(\frac{S_{H,(pomiar)}(x=0) - S_H(x=0, p_1, p_2)}{S_{H,(pomiar)}(x=0)} \right)^2 + \left(\frac{S_{H,(pomiar)}(x=1 m) - S_H(x=1 m, p_1, p_2)}{S_{H,(pomiar)}(x=1 m)} \right)^2, \quad (13)$$

gdzie:

$\text{argmin}F(p_1, p_2) = (E_{(1)}, K_H)$,

p_1, p_2 – zmienne podstawiane odpowiednio w miejsce $E_{(1)}$ i K_H w równaniach (1-10).

Minimalizację funkcji (13) przeprowadzono wykorzystując nieliniową metodę najmniejszych kwadratów. W tab. 3 zestawione zostały oszacowane na tej drodze wartości poszukiwanych parametrów. Zauważyć tu można, że otrzymane wartości mieszczą się w zakresie, który można znaleźć np. w [5] czy [6].

Tabela 3

Wyznaczone wartości $E_{(1)}$ i K_H

Nr belki	$E_{(1)}$ [GPa]	K_H [(MN/m)/m]	$\min F(p_1, p_2)$ [-]
1	8,22	73,28	0,0008
2	7,64	71,20	0,0009
3	7,42	42,21	0,0003
4	8,03	73,30	0,0045

Przy znanych już wartościach $E_{(1)}$ i K_H przystąpiono do wyznaczania sztywności K_V minimalizując następującą funkcję celu:

$$F(p_3) = \left(\frac{\kappa_{(1),(pomiar)} - \kappa_{(1)}(x=2 m, p_1, p_2)}{\kappa_{(1),(pomiar)}} \right)^2 + \left(\frac{\kappa_{(2),(pomiar)} - \kappa_{(2)}(x=2 m, p_1, p_2)}{\kappa_{(2),(pomiar)}} \right)^2 \quad (14)$$

gdzie:

$\text{argmin}F(p_3) = K_V$,

p_3 – zmienna podstawiana w miejsce K_V w równaniach (1-10).

Tabela 4

Wyznaczone wartości K_V		
Nr belki	K_V [(MN/m)/m]	min $F(p_3)$ [-]
1	55,10	0,0158
2	68,41	0,0060
3	73,29	0,0219
4	79,23	0,0112

5. Podsumowanie

Jak wspomniano na samym początku artykułu, przedstawione powyżej rozważania są jedynie wstępem w pracy badawczej autora do opracowania metodyki pomiarowej i obliczeniowej w celu identyfikacji parametrów materiałowych bardziej zaawansowanych i bliższych rzeczywistości modeli reologicznych belek drewniano-betonowych. Ostatecznie zauważyć można, że postawienie odpowiedniego parametrycznego zadania odwrotnego może pozwolić m.in. na prowadzenie nieinwazyjnych badań rzeczywistych belkowych konstrukcji zespolonych. Np., dokonując okresowo tego typu pomiarów, można pośrednio poddać ocenie ewentualny postęp degradacji materiałów w belkach zespolonych.

BIBLIOGRAFIA

1. Czabak M.: Model matematyczny zespolonej belki drewniano-betonowej w ujęciu liniowej lepkosprężystości. Ujęcie aktualnych problemów budownictwa, Monografia Wyd. Pol. Śl., s. 127-134, Gliwice 2018.
2. Bodig J., Jayne B.: Mechanics of Wood and Wood Composites, Krieger Pub Co, Florida, 1993.
3. Czabak M., Perkowski Z., Gozarska T., Jędraszak B.: Badania zmian sztywności belki zespolonej drewniano-betonowej. Inżynieria i budownictwo 11/2016, s. 604-608, Warszawa 11.2016.
4. Lydon F., Balendran R.: Some observations on elastic properties of plain concrete, Cement and Concrete Research, 16(3), s. 314-324, 1986.
5. PN-EN 338:2011, Drewno konstrukcyjne – Klasy wytrzymałości.
6. Dias A., Martins A., Simoes L., Providencia P., Andrade A.: Statistical analysis of timber–concrete connections-mechanical properties, Computers & Structures, 155, s. 67-84, 2015.

7. Kuczma B., Kuczma M.: Badania doświadczalne i modelowanie klejonych stalowo-betonowych belek zespolonych, *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej. Budownictwo i Inżynieria Środowiska*, s. 381-388, 2012.
8. Kroflic A., Planinc I., Saje M., Cas B.: Analytical solution of two-layer beam including interlayer slip and uplift, *Struct. Eng. Mech.*, 34(6), s. 667-683, 2010.

WYZNACZANIE PARAMETRÓW OKREŚLAJĄCYCH SZTYWNOŚĆ BELEK DREWNIANO-BETONOWYCH W ZAKRESIE SPRĘŻYSTYM

Streszczenie

Artykuł prezentuje matematyczny model zespolonych belek dwuwarstwowych w zakresie sprężystym oraz sformułowanie w jego przypadku parametrycznego zadania odwrotnego. W tym celu, korzystając z nieliniowej metody najmniejszych kwadratów i MRS, przeprowadzono minimalizację funkcji celu, w efekcie której oszacowano podstawowe parametry opisujące sztywność belek zespolonych. Podstawowym założeniem wykorzystywanym w tym zakresie było dopasowanie danych wyjściowych z modelu do odpowiadających im pomiarów przemieszczeń i krzywizn warstw belek. Rozważania zilustrowano obliczeniami prowadzonymi przy wykorzystaniu własnych wyników eksperymentalnych z 4 belek drewniano-betonowych. Otrzymane rezultaty mogą stanowić podstawę do interpretowania pomiarów diagnostycznych prowadzonych w sposób nieinwazyjny na rzeczywistych konstrukcjach zespolonych.

ELASTIC PARAMETERS DETERMINATION OF WOODEN-CONCRETE BEAMS

Summary

The article presents a mathematical model of composite double-layer beams in the elastic range and the formulation of a parametric inverse problem in its case. For this purpose, using the non-linear least squares method and FDM, the objective function was minimized. As a result, the basic stiffness parameters for the composite beams were estimated. The basic assumption used in this case was to match the output data from the model to the corresponding experimental displacements and curvatures of the beam layers. The considerations are illustrated by calculations using own experimental results from 4 wooden-concrete beams. The obtained outcomes can be a basis for interpretation of diagnostic measurements which are carried out in a non-invasive way on real composite structures.

ISBN 978-83-7880-637-0

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej

44-100 Gliwice, ul. Akademicka 5

tel. (32) 237-13-81, faks (032) 237-15-02

www.wydawnictwo.politechniki.pl

Dział Sprzedaży i Reklamy

tel. (32) 237-18-48

e-mail: wydawnictwo_mark@polsl.pl

<http://www.polsl.pl/jednostki/RJ02-WPS>