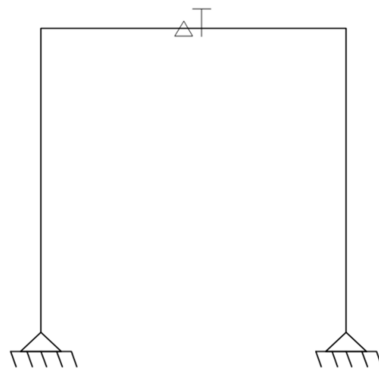
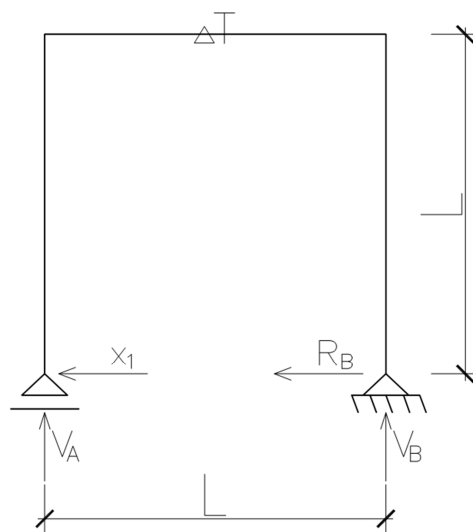


Schemat:



Układ podstawowy:



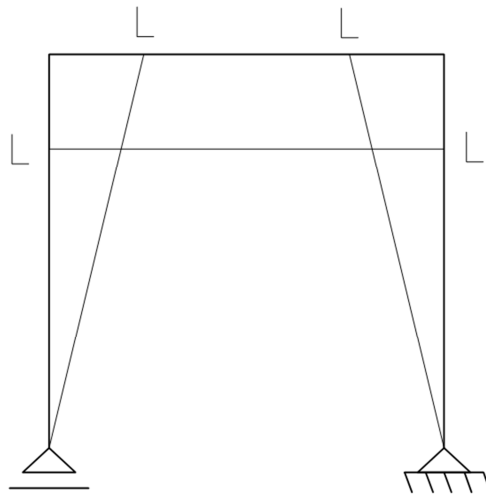
Reakcje podporowe (od działania siły jednostkowej  $x_1 = 1$ ):

$$\sum X = 0$$

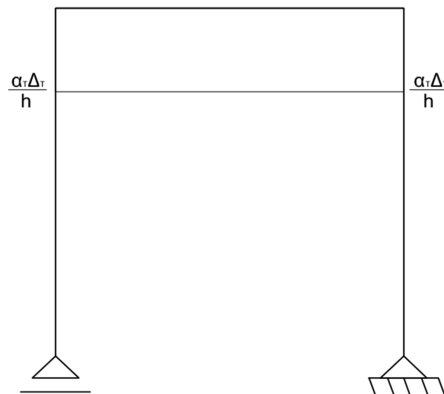
$$R_B = -1$$

$$\sum M_A = \sum M_B = 0 \Rightarrow V_A = V_B = 0$$

Wykres momentów zginających od działania siły jednostkowej:



Wykres momentów zginających od działania temperatury:



Równanie kanoniczne metody sił

$$\delta_{ik} X_k + \delta_{1T} = 0$$

$$\delta_{11} = \int \frac{M_1^2}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left( L^3 + \frac{L^3}{3} \times 2 \right) = \frac{2L^3}{3EI} = \frac{2 * 1^3}{3 * 27000000 * \frac{0,5^4}{12}} = 4,74 * 10^{-6}$$

$$\delta_{1T} = \frac{\alpha_T \Delta_T}{h} \cdot L^2$$

$$\delta_{11} X_1 \cdot df = -\delta_{1T} \quad /* dg$$

$$\delta_{11} X_1 \cdot df * dg = -\delta_{1T} dg$$

$$d(\delta_{11} X_1) * f * dg = -\delta_{1T} \cdot dg$$

$$d(\delta_{11} X_1) * H(t) = -\delta_{1T} \cdot dg$$

$$\delta_{11} X_1 * dH(t) = -\delta_{1T} \cdot dg$$

$$X_1 = -\frac{1}{\delta_{11}} \delta_{1T} * dg = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T \Delta_T}{h} \cdot L^2 * dg$$

Przedział I  $t \in < 0; t_1$ )

$$\Delta T(t) = \frac{\Delta T}{t_1} t [H(t) - H(t - t_1)]$$

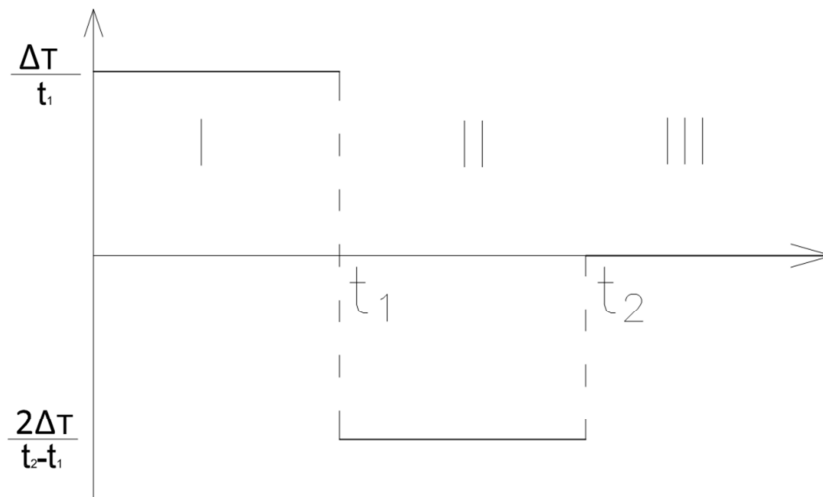
Przedział II  $t \in < t_1; t_2$ )

$$\Delta T(t) = \frac{\Delta T}{t_1} - \frac{2\Delta T}{t_2 - t_1} (t - t_1) [H(t - t_1) - H(t - t_2)]$$

Przedział III  $t \in < t_2; +\infty$ )

$$\Delta T(t) = -\Delta T H(t - t_2)$$

Wykres pochodnych funkcji zmiany temperatury w czasie:



Wyznaczeni wartości siły nadliczbowej  $X_1$  od działania temperatury:

$$X_1 = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T \Delta T}{h} \cdot L^2 * dg = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h} d(\Delta T) * g = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h} \int_0^t \frac{d}{d\tau} [\Delta T(\tau)] g(t - \tau) d\tau$$

$$g(t - \tau) d\tau = \frac{1}{1 + \phi} (1 + \phi e^{-\gamma(1+\phi)(t-\tau)}) H(t - \tau) d\tau$$

$t \in (0: t_1)$

$$X_1 = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T \Delta T}{h} \cdot L^2 * dg$$

$$X_1 = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2 \Delta T}{h} \int_0^t \frac{1}{1+\phi} (1 + \phi e^{-\gamma(1+\phi)(t-\tau)}) H(t) d\tau$$

$$X_1 = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h(1+\phi)} \frac{\Delta T}{t_1} \left[ \tau + \frac{\phi e^{\gamma(\phi+1)(\tau-t)}}{\gamma(\phi+1)} \right]_0^t = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h(1+\phi)} \frac{\Delta T}{t_1} \left[ t + \frac{\phi}{\gamma(\phi+1)} - \frac{\phi e^{-\gamma(\phi+1)t}}{\gamma(\phi+1)} \right]$$

$t \in (t_1: t_2)$

$$X_1 = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2 \Delta T}{h} \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \frac{1}{1+\phi} (1 + \phi e^{-\gamma(1+\phi)(t-\tau)}) H(t) d\tau + \frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h} \frac{2\Delta T}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^t \frac{1}{1+\phi} (1 + \phi e^{-\gamma(1+\phi)(t-\tau)}) H(t) d\tau$$

$$X_1 = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h(1+\phi)} \frac{\Delta T}{t_1} \left[ \tau + \frac{\phi e^{\gamma(\phi+1)(\tau-t)}}{\gamma(\phi+1)} \right]_0^{t_1} + \frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h(1+\phi)} \frac{2\Delta T}{(t_2 - t_1)} \left[ \tau + \frac{\phi e^{\gamma(\phi+1)(\tau-t)}}{\gamma(\phi+1)} \right]_{t_1}^t$$

$$X_1 = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h(1+\phi)} \frac{\Delta T}{t_1} \left[ t_1 + \frac{\phi e^{\gamma(\phi+1)(t_1-t)}}{\gamma(\phi+1)} - \frac{\phi e^{-\gamma(\phi+1)t}}{\gamma(\phi+1)} \right] + \frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h(1+\phi)} \frac{2\Delta T}{t_2 - t_1} \left[ t + \frac{\phi}{\gamma(\phi+1)} - t_1 - \frac{\phi e^{\gamma(\phi+1)(t_1-t)}}{\gamma(\phi+1)} \right]$$

$t \in (t_2: +\infty)$

$$X_1 = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2 \Delta T}{h} \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \frac{1}{1+\phi} (1 + \phi e^{-\gamma(1+\phi)(t-\tau)}) H(t) d\tau - \frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h} \frac{2\Delta T}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{1+\phi} (1 + \phi e^{-\gamma(1+\phi)(t-\tau)}) H(t) d\tau - \frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h} \cdot 0 \cdot \int_{t_2}^t \frac{1}{1+\phi} (1 + \phi e^{-\gamma(1+\phi)(t-\tau)}) H(t) d\tau$$

$$X_1 = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h(1+\phi)} \frac{\Delta T}{t_1} \left[ \tau + \frac{\phi e^{\gamma(\phi+1)(\tau-t)}}{\gamma(\phi+1)} \right]_0^{t_1} + \frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h} \frac{2\Delta T}{t_2 - t_1} \left[ \tau + \frac{\phi e^{\gamma(\phi+1)(\tau-t)}}{\gamma(\phi+1)} \right]_{t_1}^{t_2}$$

$$X_1 = -\frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h(1+\phi)} \frac{\Delta T}{t_1} \left[ t_1 + \frac{\phi e^{\gamma(\phi+1)(t_1-t)}}{\gamma(\phi+1)} - \frac{\phi e^{-\gamma(\phi+1)t}}{\gamma(\phi+1)} \right] + \frac{1}{\delta_{11}} \cdot \frac{\alpha_T L^2}{h(1+\phi)} \frac{2\Delta T}{t_2 - t_1} \left[ t_2 + \frac{\phi e^{\gamma(\phi+1)(t_2-t)}}{\gamma(\phi+1)} - t_1 - \frac{\phi e^{\gamma(\phi+1)(t_1-t)}}{\gamma(\phi+1)} \right]$$

Dane liczbowe:

$$\emptyset = 1 + 0,3N = 1 + 0,3 * 6 = 2,8$$

$$\gamma = 0,03 + 0,01 * I = 0,03 + 0,01 * 7 = 0,1$$

$$L = 1m$$

$$\Delta T = 20 + 2 * (I + N) = 20 + 2 * 13 = 46$$

$$\alpha_T = 0,12 * 10^{-4} \frac{1}{K}$$

$$h = 0,5m$$

$$t_1 = 3 + 0,5I = 3 + 0,5 * 7 = 6,5 [h]$$

$$t_2 = t_1 + 4 = 10,5 [h]$$

Po podstawieniu danych liczbowych do funkcji  $X_1(t)$  dla danych trzech przedziałów i dyskretyzacji czasu co 0,5h otrzymano wyniki:

0	0	0
0,5	0,020833	-17,86414
1	0,041667	-35,6246
1,5	0,0625	-53,28218
2	0,083333	-70,83771
2,5	0,104167	-88,29198
3	0,125	-105,6458
3,5	0,145833	-122,8999
4	0,166667	-140,0552
4,5	0,1875	-157,1124
5	0,208333	-174,0722
5,5	0,229167	-190,9355
6	0,25	-207,703
6,5	0,270833	-224,3755
6,5	0,270833	-224,3755
7	0,291667	-191,4342
7,5	0,3125	-158,8418
8	0,333333	-126,597
8,5	0,354167	-94,69885
9	0,375	-63,14632
9,5	0,395833	-31,93836
10	0,416667	-1,073993
10,5	0,4375	29,447762
10,5	0,4375	29,447762
11	0,458333	27,72237
11,5	0,479167	26,204373
12	0,5	24,712549
12,5	0,520833	23,244403
13	0,541667	21,797782
13,5	0,5625	20,370809
14	0,583333	18,961841
14,5	0,604167	17,569433
15	0,625	16,192306
15,5	0,645833	14,82932
16	0,666667	13,479461
16,5	0,6875	12,141818
17	0,708333	10,815572
17,5	0,729167	9,499981

Ze względu na to że maksymalny moment zginający wstępuje w lewym górnym rogu ramy a jej wysokość wynosi 1m to wartości siły  $X_1$  z tabeli powyżej należało przemnożyć przez 1m otrzymując maksymalny moment.

